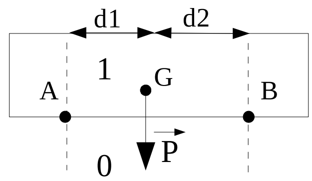
Mécanique – Résolution analytique de problèmes de statique :

Prenons un exemple simple nous avons un solide soumis à 3 forces coplanaires (sur le même plan).



On sait donc qu'il est soumis à la force $\vec{A}$ au point A, la force $\vec{B}$ au point B et le poids $\vec{P}$ au centre de gravité G.

Le principe fondamentale de la statique exprime la somme des **torseur à un même point comme nul**. On sait donc que les moment et les forces exprimées à un même points sont nuls.

I. EXPRESSION DES TORSEURS :

On exprime les torseurs à leurs point respectifs.

$$A(T\vec{A}_{0/1})=\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Colonne des Forces en XYZ

Colonne des Moment en XYZ

Écriture du torseur en A de l'action A :
Les forces non connues sont remplacées par leur variables. Ici nous ne connaissons pas les composantes X et Y de la force de l'action $A_{0/1}$ nous utilisons donc X_A et Y_A. Ici il n'y a pas de frottement, le moment est donc nul.

$$B(T\vec{B}_{0/1})=\begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \qquad G(T\vec{P})=\begin{Bmatrix} \cdot & \cdot \\ Poids & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{Bmatrix}$$

Écriture du torseur en B de l'action B et en G du poids. Notez que l'on connait le *Poids* et sa direction. Définit donc un poids de *Poids* en Y.

II. EXPRESSION DES TORSEURS EN UN POINT :

Pour que la résolution soit possible il faut exprimer tout les torseurs au même point. Généralement celui qui a le plus d'inconnu. Prenons *A*.

$$A(T\vec{A}_{0/1})=\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Le torseur de l'action $\vec{A}$ est conservé.

Les autres torseurs doivent être déplacés, ce qui a pour effet de modifier uniquement le moment.
Nous allons donc le recalculer avec la distance entre l'ancienne et la nouvelle position vectoriel sa force :

$$\vec{M}_A(\vec{B}_{0/1})=M_B(\vec{B}_{0/1})+\vec{AB}\wedge\vec{B}=\begin{vmatrix} d1+d2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{vmatrix}\rightarrow A(T\vec{B}_{0/1})\begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & Y_B(d1+d2) \end{Bmatrix}$$

Le moment en B de l'action B est nul.

$$\vec{M}_A(\vec{P})=M_G(\vec{P})+\vec{AG}\wedge\vec{B}=\begin{vmatrix} d1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix} 0 \\ Poids \\ 0 \end{vmatrix}\rightarrow A(T\vec{P})\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Poids & 0 \\ 0 & d1.Poids \end{Bmatrix}$$

On réalise la même chose avec l'action P que l'on déplace en A.

III. ÉCRITURE DES ÉQUATIONS :

Sachant que la somme des moments et la sommes des force sont nulles en un points :

$$\begin{aligned} X_A+X_B+0&=0 \\ Y_A+Y_B+Poids&=0 \\ 0+0+0&=0 \end{aligned}$$

Ici je en fournis pas les valeurs mais on obtient souvent 2 équations et deux inconnues.

D'autres cours sur http://cours.amoweb.fr